

Un teorema sobre la utilidad marginal del dinero

A Theorem on the Marginal Utility of Money

Journal of Economic Literature (JEL):
E31, E41

Palabras clave:

Métodos econométricos y estadísticos
Modelización econométrica
Metodología de la recopilación y estimación de datos
Demanda de dinero
Predicción y simulación

Keywords:

Econometric and Statistical Methods
Econometric Modeling
Data Collection and Data Estimation
Methodology
Firm Behavior
Forecasting and Simulation

Fecha de recepción:

31 de enero de 2020

Fecha de aceptación:

10 de noviembre de 2020

Resumen

En este artículo se demuestra que la ecuación de *Cambridge* de demanda por dinero proviene de una función de utilidad tipo *Cobb-Douglas*. En consecuencia, la valoración de las unidades monetarias marginales es decreciente para el *cuantitativismo*, con lo cual se da una base microeconómica sólida a la explicación del fenómeno inflacionario –en este paradigma- como uno de índole dineraria.

Abstract

This article demonstrates that the *Cambridge* equation of demand for money comes from a *Cobb-Douglas* utility function. Consequently, the valuation of marginal monetary units is decreasing for the *quantity theory*, which gives a solid microeconomic basis to the explanation of the inflationary phenomenon -in this paradigm- as one of a monetary nature.

No pocos esfuerzos se han abocado a la modelización de la demanda por dinero en equilibrio general ahondando loablemente en la inclusión del mismo en la función de utilidad. Empero, dado que a esta tendencia se la puede tildar de “moderna”, el cariz de la misma está definido por el análisis de procesos estocásticos e inter-temporales; con ello han quedado irresueltas cuestiones fundamentales de los primeros debates crematísticos, entre ellas la valoración marginal del dinero. Esto motiva a postular el siguiente teorema: *Teorema de la utilidad marginal decreciente del dinero: la ecuación de Cambridge de demanda por tenencias dinerarias proviene de la maximización marshalliana de una función de utilidad tipo Cobb-Douglas.*

Demostración

Defínase una función de utilidad $u(\vec{x})$, donde $\vec{x} \equiv (x_1, \dots, x_n)$ –es decir, un vector que tiene como cada una de sus entradas a la respectiva mercancía que toman en cuenta el agente-, de tipo *Cobb-Douglas* a la cual se normaliza –mediante una transformación monótonamente creciente- a $\hat{v}(\vec{x})$ para que la suma de sus exponentes (valoración relativa para cada mercancía de las “n” que hay) sea igual a uno (proporciones de consumo aunadas).



Marco Vinicio Monge Mora

Universidad de Costa Rica
<marcomonge10@gmail.com >

289

$$U(\vec{X}) = \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i} \rightarrow \hat{U}(\vec{X}) = \prod_{i=1}^n x_i^{\frac{\alpha_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i}} \wedge \beta_i \equiv \frac{\alpha_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i} \rightarrow \sum_{i=1}^n \beta_i = 1 \quad (1)$$

Se puede separar M (flujo de saldos monetarios que mantiene el individuo a lo largo de un periodo) de la multiplicatoria elevado a la “k” -nomenclatura usual del *coeficiente de Cambridge* al ser la seleccionada por Pigou (1917)- para obtener una expresión -dados los fines de este trabajo- más esclarecedora. (p.42)

$$\hat{U}(\vec{X}) = M^k \prod_{i \neq M}^n x_i^{\beta_i} \rightarrow \sum_{i \neq M}^n \beta_i = 1 - k \wedge M^k \equiv x_M^{\beta_M}; 0 < k < 1 \quad (2)$$

Al derivar parcialmente a la función de utilidad obtenida en (2) -utilidades marginales- con respecto al dinero y al “j-ésimo” bien (bien genérico), se sigue que

$$\frac{\partial \hat{U}(\vec{X})}{\partial M} = k M^{k-1} \prod_{i \neq M}^n x_i^{\beta_i} = \frac{k}{M} \prod_{i=1}^n x_i^{\beta_i} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \hat{U}(\vec{X})}{\partial x_j} = M^k \beta_j x_j^{\beta_j-1} \prod_{i \neq j}^n x_i^{\beta_i} = \frac{\beta_j}{x_j} \prod_{i=1}^n x_i^{\beta_i} \quad (4)$$

Ahora ha de introducirse la condición de *optimalidad*: la tasa marginal de sustitución subjetiva (TMSS_{Mj}) y la tasa marginal de sustitución de mercado (TMSM_{Mj}) de los bienes en consideración, han de igualarse;² la primera magnitud corresponde a la relación entre utilidades marginales y la segunda a la relación de precios nominales.

$$TMSS_{Mj} = TMSM_{Mj}: \frac{\frac{\partial \hat{U}(\vec{X})}{\partial M}}{\frac{\partial \hat{U}(\vec{X})}{\partial x_j}} = \frac{p_M}{p_j} \quad (5)$$

2 El sentido teórico tras esta equivalencia es que en el punto en el cual las valoraciones relativas que el agente y el mercado poseen por los bienes en cuestión coinciden, no hay incentivos para alterar la cantidad consumida. Más allá de lo anterior, simplemente es el resultado de las condiciones de primer orden de un conocido ejercicio de programación no lineal: maximizar una función (objetivo) de utilidad sin solución de esquina sujeta a la restricción presupuestaria.

El precio nominal del dinero es uno (dinero como numerario o análogamente, dado que un precio nominal es la cantidad de unidades monetarias que ha de entregarse por un bien, la que ha de entregarse por una unidad dineraria es justamente unitaria, vélgase el uso del pleonasma). Así, la igualdad anterior cambia de forma.

$$\frac{kx_j}{\beta_j M} = \frac{1}{p_j} \quad (6)$$

$$\leftrightarrow$$

$$x_j = \frac{\beta_j M}{kp_j} \quad (7)$$

Inyectando en la condición de no saciedad (que el ingreso nominal, m , que tiene a su disposición el consumidor es igual al valor nominal de los saldos dinerarios que mantiene y al de las alternativas de consumo distintas al dinero por las que opte) a (7) –que brinda la proporción de demanda entre dinero y los otros $n-1$ bienes-, se obtiene

$$m = M + \sum_{j \neq M}^n p_j x_j \rightarrow m = M + \frac{M}{k} \sum_{j \neq M}^n \beta_j \quad (8)$$

Si se reorganizan los términos

$$m = M + \frac{M}{k}(1 - k) \quad (9)$$

\leftrightarrow

$$m = \frac{M}{k} \quad (10)$$

Finalmente, dadas las características de las preferencias analizadas, se puede emplear el *Teorema de agregación de Gorman* para tratar al individuo representativo, lo cual permite considerar que m es igual al ingreso real (Y) de la economía ponderado por el nivel general de precios (P), con lo que llegará a la siguiente expresión

$$M_D = km = kPY \quad (11)$$

Implicaciones para la teoría cuantitativa del dinero e interpretación: De lo anterior se desprende que, en el *cuantitativismo*, el dinero cumple la ley de la utilidad marginal decreciente, es decir

$$\frac{\partial^2 \hat{U}(\vec{X})}{(\partial M)^2} = k(k-1)M^{k-2} \prod_{i \neq M}^n x_i^{\beta_i} < 0 \quad (12)$$

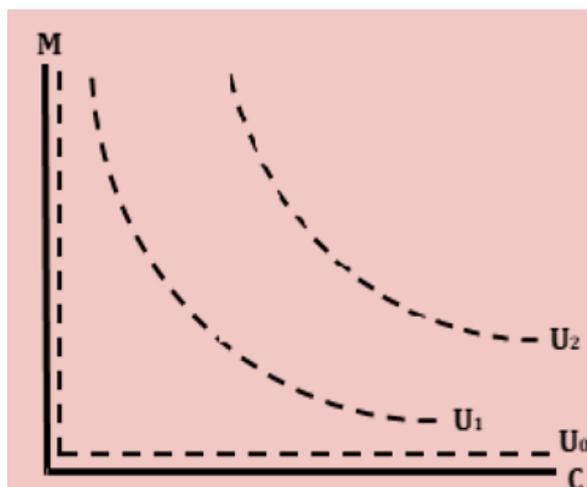
En consecuencia, la inflación (entendida como pérdida de capacidad adquisitiva de la unidad monetaria) puede ser provocada por el aumento de la oferta dineraria, al disminuir la valoración por la misma a la vez que su escasez relativa, esto debido a que:

La primera unidad monetaria se asignará al uso más importante y valioso para el individuo, la segunda se asignará al uso siguiente más valorado, etc. Cualquier unidad de dinero a la que se deba renunciar irá acompañada del sacrificio del uso menos valorado al que estaba asignada o al que se podría asignar. [...] La utilidad marginal de agregar una unidad es igual a la del más alto fin que, con esa unidad monetaria, se puede obtener; y la utilidad marginal es igual en valor al fin valorado que habría que sacrificar si se renunciara a esa unidad monetaria. (Rothbard, 2011, p. 265)

Con lo cual se deriva otra característica fundamental: preferencia por la variedad. Esta se plasma, funcionalmente, en el hecho de que la tasa marginal de sustitución subjetiva señalada es decreciente con respecto al dinero y gráficamente en la figura 1. Se puede apreciar una propiedad determinante de las funciones de tipo *Cobb-Douglas*: cuando el consumo de alguno de los bienes es cero, se comporta como una función de utilidad de *Leontief de complementos perfectos –proporciones fijas–*.³ En este caso particular (en el cual se define *C* para permitir el trazo de las curvas de nivel), la conclusión es que los agentes siempre desean mantener saldos dinerarios (atesoramiento y especulación) y a su vez los demandan por ser un medio de intercambio generalizado con el cual adquirir otros bienes (motivo de transacción).

³ Si el consumo de uno de los bienes es 0, la utilidad también lo será, sin importar cuánto se consuma de los otros. Esta propiedad se aprecia mejor gráficamente, si bien numéricamente es perceptible –al evaluar como 0 cualquier de –, es poco ilustrativa con el empleo del cálculo infinitesimal, pues la elasticidad de sustitución permanece como 1, en lugar de 0 (pertenencia a la familia de la función *C.E.S. –constant elasticity of substitution–*); de ahí el énfasis en el término “comporta”.

Figura 1: curvas de indiferencia y utilidad del dinero.



Fuente: elaboración propia.

C: = conjunto de alternativas de consumo distintas al dinero.

De lo esgrimido anteriormente, se solventa la crítica planteada por Mies y Soto (2000) al modelo *sidrauskiano*, pues el dinero aporta utilidad al consumidor al servirle de reserva de poder adquisitivo y por ser un medio generalizado de intercambio: un aumento en las tenencias de este siempre tiene como objetivo la adquisición de otros *commodities* en alguna instancia temporal posterior -propiedad de la función sugerida: todas sus demandas *marshallianas* definen bienes normales, de modo tal que al aumentar la renta, aumentan el “consumo” y la cantidad de moneda demanda-. (pp. 11-13)

Empero, el que el incremento de M comporte una satisfacción mayor al individuo posee un límite. En efecto, una vez se demuestra el teorema supra-indicado, nacen vías de investigación muy sugerentes –verbigracia, indirectamente, se ha demostrado la existencia de una función de demanda *hicksiana*-, pero aun así los mecanismos de las medidas de bienestar resultan inanes en este contexto. Si U se acrecentó porque lo ha hecho M, ha de ser resultado de las escogencias individuales de retención del flujo dinerario, no de un aumento de su stock. Ya que la conclusión obtenida en (12) señala que al ocurrir lo segundo, *ceteris paribus*, el dinero pierde poder adquisitivo –que es en última instancia el origen de su utilidad y en consecuencia puede llegar a reducirla; este es el sentido de la *ley de Thiers*, en el caso contrario el de la ley de *Gresham*-.⁴ Lo anterior conduce, pues, a cavilaciones sobre la efectividad

⁴ De aquí se sigue que no se puede medir el *excedente marshalliano del consumidor* en el típico análisis gráfico de áreas entre las curvas de oferta y demanda, puesto que los servicios que brinda el dinero son independientes de su cantidad en el mercado.

de la política monetaria que, restringida al marco teórico presente, altera la valoración que el individuo posee por el dinero con respecto a las demás mercancías (mediante lo cual termina por alterar su precio con respecto a ellas) y fuera de las ataduras de este, genera distorsiones en la valoración de cada uno de los bienes entre sí al insertarse o extraerse dinero, necesariamente, en o de sectores particulares de la economía (*efecto Cantillon*).

Pero la responsabilidad científica obliga a señalar las limitantes de este resultado. Para empezar, es exclusivo de la teoría cuantitativa clásica, esto es, aquella que no define un precio explícito para el dinero. Por ello, el hecho de que lo demostrado sea alcanzable con un precio nominal del dinero igual a 1, brinda compatibilidades (e incluso, una prueba por construcción) para con los teóricos de la Escuela Austriaca que arguyen sobre el valor externo (precio nominal de las mercancías) del dinero, pero el que se obtenga un resultado similar si se emplea como precio del dinero al inverso del nivel general de precios, contradice dicha lógica. En el primer caso, el dinero se demanda nominalmente (se lo valora porque es capaz de comprar mercancías) y en el segundo, realmente (se lo valora por las mercancías que puede comprar). En el primer caso, el problema de la continuidad y homogeneidad de grado cero en precios e ingreso (condiciones necesarias para garantizar que la ecuación de Cambridge describe una demanda *marshalliana*) se soluciona al acudir al concepto de valor interno del dinero, mientras que en el segundo, la solución es inmediata.

Huelga decir: si se considera a la tasa de interés como precio del dinero, tampoco se sostiene el teorema. Ello deja en evidencia el supuesto de fondo tras el *cuantitativismo* original (y en consecuencia, tras los resultados de esta investigación): la tasa de interés no como costo de oportunidad de la retención de saldos monetarios, sino de la adquisición de bienes presentes en detrimento de la de bienes futuros. Aunado al hecho de que, la racionalidad (en el sentido de maximización de la utilidad) del agente, puede presentarse como un axioma frágil a la hora de aprehender el fenómeno económico.

Además, este resultado define un sentido de implicación, pero al emplearse como corolario del *Teorema de integralidad de preferencias*, se obtiene en el otro sentido mediante un mecanismo similar el empleado por Martínez-Giralt (2008) para una función de utilidad Cobb-Douglas genérica. (p. 68) Ergo, el *cuantitativismo* es inseparable de las propiedades de utilidad señaladas arriba, pero también estas son concomitantes a este.

A pesar de estas limitaciones, en todo caso, se brinda un fundamento microeconómico a la teoría cuantitativa del dinero clásica; uno que no precisa acudir al supuesto de que los agentes se deshacen de sus “excesos de liquidez” exclusivamente en el mercado de bienes.

Finalmente, es imposible enfatizar en una cuantía justa la importancia de distinguir entre dinero y riqueza, pues confundirlos podría llevar a sugerir que los saldos monetarios poseen siempre una utilidad marginal positiva y creciente, en cuyo caso, las soluciones de esquina con canastas que incluyan dinero exclusivamente (sin consumo de otras mercancías), serían seleccionadas, lo cual es modelable, mas no plausible.

Bibliografía

- Martinez-Giralt, X. (2008). *Microeconomía avanzada*. CODE y Departament d'Economia Universitat Autònoma de Barcelona. <https://n9.cl/b6jp>
- Mies, V., & Soto, R. (2000). Demanda por dinero: teoría, evidencia, resultados. *Economía chilena*, vol. 3, no. 3.
- Pigou, A. C. (1917). The value of money. *The Quarterly Journal of Economics*, 21 (1), 38-65.
- Rothbard, M. N., Lynch, A. B., & Sedaca, N. R. (2011). *El hombre, la economía y el estado: tratado sobre principios de economía*. Unión editorial.